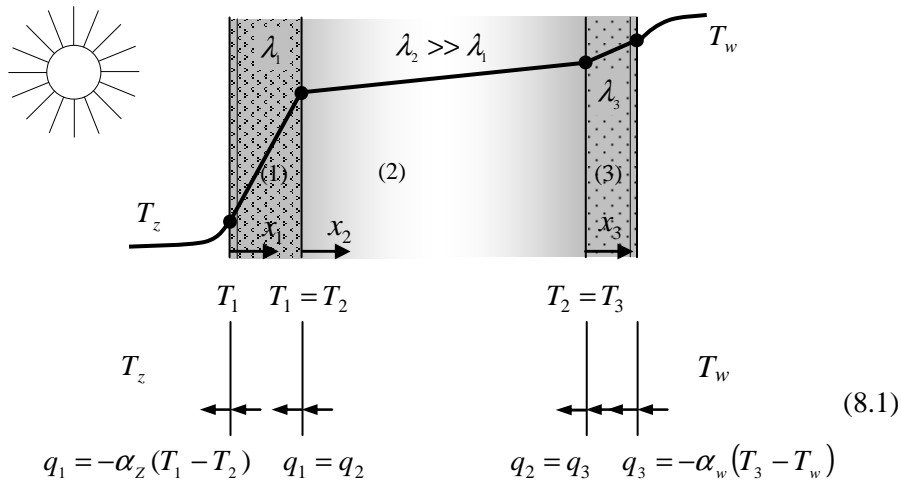


## II. PRZEPIŁYWY CIEPŁA

Podane poprzednio równania przewodności cieplnej (7.9)÷(7.11) wraz z warunkami początkowymi i brzegowymi (7.12)÷(7.16) wykorzystujemy do wyznaczania rozkładu temperatur w ścianie budynku. Mamy wówczas do czynienia ze stacjonarnym i bezźródłowym przepływem ciepła w układzie warstwowym, ponieważ przewodnictwo ciepła tynku, materiałów izolacyjnych (1) oraz konstrukcyjnych (2) są różne. Warstwa izolacyjna ma przewodnictwo o rząd mniejsze od pozostałych warstw muru.

### 8 Przepływy ciepła przez warstwy

Z rozważań wynika, iż rozkłady temperatur, przy  $\dot{\Theta} = 0$  i  $\rho r = 0$  w ścianie warstwowej mają postać wynikającą z równania (8.2)



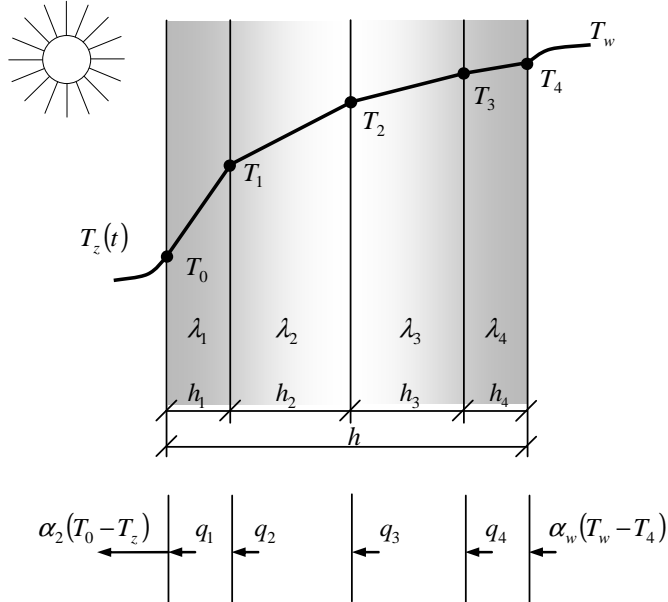
Rys.8.1. Przepływy cieplne w ścianach warstwowych

$$\frac{d^2 T_1}{dx_1^2} = 0, \quad \frac{d^2 T_2}{dx_2^2} = 0, \quad \frac{d^2 T_3}{dx_3^2} = 0. \quad (8.2)$$

i zachowania warunków brzegowych

$$q_1 = -\alpha_z (T_1 - T_z), \quad q_3 = -\alpha_w (T_3 - T_w). \quad (8.3)$$

W każdej z warstw mamy odrębne równanie przewodności oraz parę warunków brzegowych, a mianowicie równość temperatur i strumieni na brzegach warstw. Natomiast na skrajnych warstwach, gdzie jest kontakt ciała stałego z gazem lub cieczą mamy warunki trzeciego rodzaju.



Rys.8.2. Wyznaczanie oporu zastępczego ściany warstwowej

W poszczególnych warstwach występują następujące strumienie ciepła:

$$\begin{aligned}
 q_z &= -\alpha_z (T_0 - T_z) \rightarrow \frac{q}{\alpha_z} = -(T_0 - T_z), \\
 q_1 &= -\lambda_1 \frac{T_1 - T_0}{h_1} \rightarrow \frac{q h_1}{\lambda_1} = -(T_1 - T_0), \\
 q_2 &= -\lambda_2 \frac{T_2 - T_1}{h_2} \rightarrow \frac{q h_2}{\lambda_2} = -(T_2 - T_1), \\
 q_3 &= -\lambda_3 \frac{T_3 - T_2}{h_3} \rightarrow \frac{q h_3}{\lambda_3} = -(T_3 - T_2), \\
 q_4 &= -\lambda_4 \frac{T_4 - T_3}{h_4} \rightarrow \frac{q h_4}{\lambda_4} = -(T_4 - T_3), \\
 q_w &= -\alpha_w (T_w - T_4) \rightarrow \frac{q}{\alpha_w} = -(T_w - T_4).
 \end{aligned} \tag{8.4}$$

Ze strumieni ciepła, po zsumowaniu wyliczmy  $(T_w - T_z)$

$$-(T_w - T_z) = q \left( \frac{1}{\alpha_z} + \frac{h_1}{\lambda_1} + \frac{h_2}{\lambda_2} + \frac{h_3}{\lambda_3} + \frac{h_4}{\lambda_4} + \frac{1}{\alpha_w} \right) = \frac{q h}{\lambda}, \quad (8.5)$$

a następnie opór cieplny  $R_z$

$$\frac{h}{\lambda} = R_z = \left( \frac{1}{\alpha_z} + \frac{h_1}{\lambda_1} + \frac{h_2}{\lambda_2} + \frac{h_3}{\lambda_3} + \frac{h_4}{\lambda_4} + \frac{1}{\alpha_w} \right). \quad (8.6)$$

Zastępczy opór cieplny przegrody warstwowej wynosi

$$q = -R_z (T_w - T_z), \quad (8.7)$$

$$q = -\lambda \frac{T_w - T_z}{h}. \quad (8.7')$$

Podano tu wzory pozwalają na wyznaczenie strumienia ciepła przepływającego przez ścianę warstwową. Strumień ten zależy od różnicy temperatur  $(T_w - T_z)$  oraz od oporu cieplnego ściany  $R_z$ . Ze wzoru wynika, że opór cieplny zależy zarówno od własności cieplnych warstw jak i grubości warstw. Wzór (8.7) jest podstawowy przy projektowaniu izolacji cieplnej ścian.

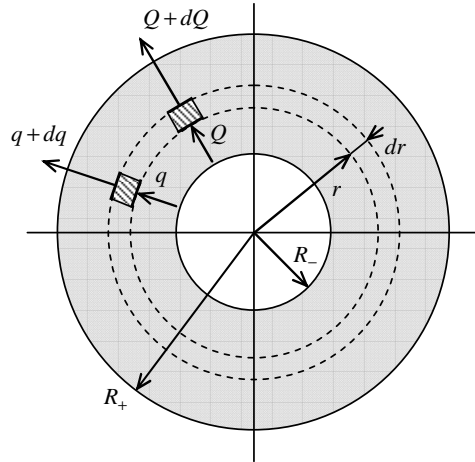
Zachodzi też równość strumieni  $q_z = q_1 = q_2 = \dots = q_5 = q_w$ . W każdej z tych warstw znamy wartości współczynników przewodności materiałów warstw. Można stąd wyznaczyć opór cieplny lub zastępczy współczynnik przewodności cieplnej  $\lambda$ , czyli  $q = -\lambda \frac{T_w - T_z}{h}$ , stąd:  $\min q \rightarrow (\lambda = \min, h = \max)$ .

Wykazaliśmy, że zastępczy opór cieplny  $R_z$  jest równy sumie odwrotności współczynników przejmowania ciepła  $\alpha_z$ ,  $\alpha_w$  oraz oporów poszczególnych warstw, czyli stosunków grubości tych warstw do współczynnika przewodności cieplnej.

## 9 Przepływy ciepła przez ścianki walcowe

Analizować będziemy osiowosymetryczne, ustalone, bezźródłowe przepływy ciepła w ściance walcowej o wysokości  $h$ . Tego typu przepływy ciepła zachodzą nie tylko w izolacji przewodów rurowych instalacji ciepłowniczej. Analogiczne zagadnienia zachodzą przy przepływach wilgoci, filtracji itp. Z uwagi na osiową symetrię problemu zagadnienia tych

przepływów można sprowadzić do jednowymiarowego względem promienia zadania brzegowego.



Rys.9.1. Przepływy w cylindrycznym układzie warstwowym

Z bilansów ciepła dla walców o promieniach  $r$  oraz  $r + dr$  wynika

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0. \quad (9.1)$$

oraz posumowany przepływ ciepła

$$\dot{Q} = 2\pi r h \left( -\lambda \frac{dT}{dr} \right). \quad (9.2)$$

Stąd przyrost temperatury wynosi

$$dT = -\frac{\dot{Q}}{2\pi r h \lambda} dr \quad (9.3)$$

oraz

$$T_{R_+} - T_{R_-} = -\frac{\dot{Q}}{2\pi h \lambda} \ln \left( \frac{R_+}{R_-} \right). \quad (9.4)$$

Ostatecznie

$$\dot{Q} = \frac{2\pi R_+ h}{\frac{1}{\lambda} R_+ \ln \left( \frac{R_+}{R_-} \right)} (T_{R_+} - T_{R_-}). \quad (9.5)$$

Wielkość  $R = \frac{1}{\lambda} R_+ \ln\left(\frac{R_+}{R_-}\right)$  nazywamy oporem cieplnym przy przepływie ciepła przez przekrój cylindryczny.

Przeprowadzimy teraz analogiczne wyliczenia dla przekroju warstwowego. W warstwie zewnętrznej o promieniu  $r_+$  zachodzi wymiana przez powierzchnię  $2\pi r_+ h$  zgodnie z relacją

$$\dot{Q}_z = -\alpha_z (T_z - T_0) 2\pi r_z h \rightarrow T_z - T_0 = -\frac{\dot{Q}_z}{2\pi r_z h \alpha_z}, \quad (9.6)$$

w kolejnej warstwie będzie

$$\dot{Q}_z = -\lambda_1 2\pi r_1 h \frac{dT}{dr_1} \rightarrow T_0 - T_1 = -\frac{\dot{Q}_1}{2\pi \lambda_1 h} \ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right), \quad (9.7)$$

w  $n$ -tej warstwie zachodzi

$$\dot{Q}_n = -\lambda_n 2\pi r_n h \frac{dT}{dr_n} \rightarrow T_{n-1} - T_n = -\frac{\dot{Q}_n}{2\pi \lambda_n h} \ln\left(\frac{r_{n-1}}{r_n}\right). \quad (9.8)$$

Podobnie wymiana w warstwie wewnętrznej w ośrodku prowadzi do relacji

$$\dot{Q}_w = -\alpha_w (T_n - T_w) 2\pi r_w h \rightarrow T_n - T_w = -\frac{\dot{Q}_w}{2\pi r_w h \alpha_w}. \quad (9.9)$$

Po zsumowaniu równań w warstwie i założeniu, że  $\dot{Q}_z = \dot{Q}_0 = \dots = \dot{Q}_n = \dot{Q}_w$  otrzymamy

$$T_z - T_w = -\frac{\dot{Q}}{2\pi r_z h} r_z \left( \frac{1}{\alpha_z r_z} + \sum_{\alpha=0}^n \frac{1}{\lambda_\alpha} \left( \frac{r_{\alpha-1}}{r_\alpha} \right) + \frac{1}{\alpha_w r_w} \right). \quad (9.10)$$

Wielkość

$$H = r_z \left( \frac{1}{\alpha_z r_z} + \sum_{\alpha=0}^n \frac{1}{\lambda_\alpha} \left( \frac{r_{\alpha-1}}{r_\alpha} \right) + \frac{1}{\alpha_w r_w} \right) \quad (9.11)$$

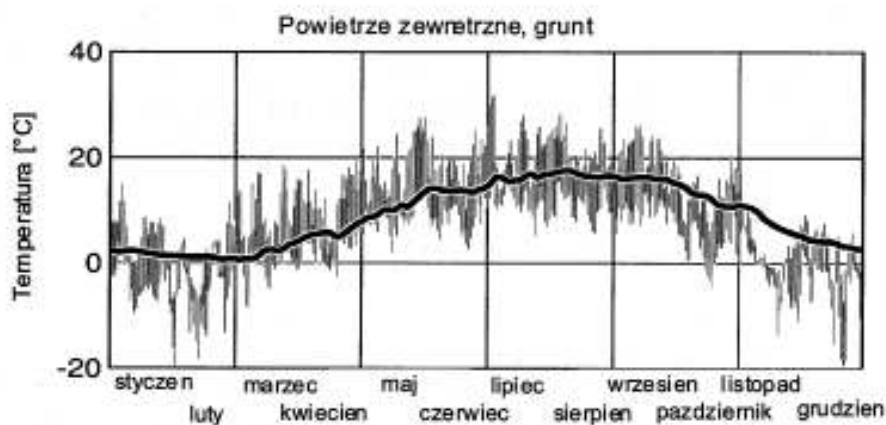
nazywamy zastępczym oporem w warstwowym układzie cylindrycznym.

## 10 Wyznaczanie strat ciepła w budynku i emisji CO<sub>2</sub>

W przedstawionych poprzednio równaniach przewodności cieplnej, jako przyczyny przepływów występują różnice temperatur a dokładniej gradienty temperatur. W obliczeniach strat ciepła istotne znaczenie posiadają temperatury w otoczeniu ściany budowli. W pomieszczeniach mieszkalnych przyjmuje się stałą temperaturę oscylującą wokół 20°C. Natomiast rozkłady temperatur zewnętrznych uzyskuje się z danych pomiarowych Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej w wyniku uśrednień dobowych postaci:

$$T_z(t) = \frac{1}{24} \int_0^{24} \hat{T}_z(\tau) d\tau, \quad (10.1)$$

gdzie  $\tau$  to czas w godzinach w analizowanym dniu. Uzyskaną średnią wartość temperatury przyjmuje się jako znaną w obliczeniach przepływów ciepła przez ścianę.



Rys.10.1. Rozkład temperatury otoczenia w ciągu roku

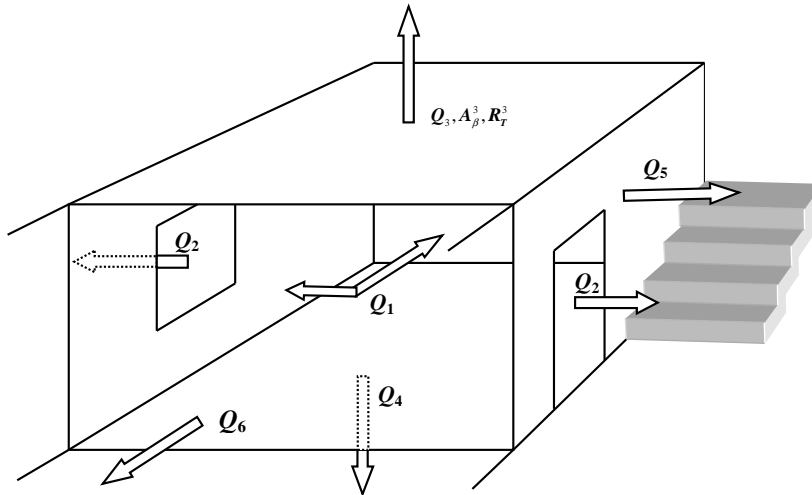
Przedstawimy obecnie bilansowanie strat ciepła w budynku mieszkalnym w wyniku przepływów ciepła przez ściany, okna, sufity, dachy i grunt. Będzie to praktyczne wykorzystanie rozważań przedstawionych poprzednio. Analizować będziemy jednowymiarowy i stacjonarny przepływ ciepła przez przegrody. Pominiemy zaś wpływ przepływów wilgoci na straty ciepła w budynku. Schemat mieszkania wraz z typowymi strumieniami ciepła przedstawia rys.10.2.

Należy oszacować globalne straty energii i zapotrzebowanie na ciepło w okresie grzewczym dla lokalu mieszkalnego, przyjmując średnie temperatury

miesięczne powietrza zewnętrznego  $T_{zi}$  według tabeli 1, natomiast temperatury powietrza wewnętrznego  $T_w$  zależnie od typu pomieszczenia:

- łazienki +25°C,
- pokoje mieszkalne, przedpokoje, kuchnie indywidualne, ustępy +20°C,
- klatki schodowe w budynkach mieszkalnych +8°C,
- garaże indywidualne +5°C.

Straty obejmują ubytki przez ściany zewnętrzne  $Q_1$ , okna i drzwi  $Q_2$ , sufit  $Q_3$ , podłogę  $Q_4$ , ściany klatki schodowej  $Q_5$ , przepływy do pomieszczeń sąsiednich  $Q_6$ .



Rys.10.2. Schemat przepływów w mieszkaniu

Straty energii cieplnej  $Q$  w sezonie grzewczym wyznaczyć należy ze wzoru:

$$\begin{aligned}
 Q &= \sum_{i=1}^k \left( \sum_{\alpha} Q_i^{\alpha} + Q_i^0 \right) = \sum_{i=1}^k \left( \sum_{\alpha} q_i^{\alpha} A^{\alpha} t_i + \rho_p c_p nV (T_w - T_{zi}) l_{di} \right) = \\
 &= \sum_{i=1}^k \left( \sum_{\alpha} \frac{(T_w - T_{zi})}{R_T^{\alpha}} A^{\alpha} t_i + \rho_p c_p nV (T_w - T_{zi}) l_{di} \right), \quad (10.2)
 \end{aligned}$$

gdzie:  $Q_i^{\alpha}$  - straty ciepła przez przegrodę  $\alpha$  w  $i$ -tym miesiącu, [J],

$Q_i^0$  - straty ciepła przez wentylację w  $i$ -tym miesiącu, [J],

$q_i^{\alpha}$  - strumień ciepła przez przegrodę  $\alpha$  w  $i$ -tym miesiącu, [J/(m<sup>2</sup> s)],

$A^{\alpha}$  - powierzchnia przegrody  $\alpha$ , [m<sup>2</sup>],

- $R_T^\alpha$  - całkowity opór cieplny przegrody  $\alpha$ ,  $[(m^2 \text{ s K})/J]$ ,  
 $t_i = 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot l_{di} = 86400l_{di}$  - czas trwania  $i$ -tego miesiąca, [s],  
 $l_{di}$  - liczba dni w  $i$ -tym miesiącu, [-],  
 $k = 8$  - liczba miesięcy w okresie grzewczym (od września do kwietnia), [-],  
 $\rho_p = 1.205$  - gęstość powietrza,  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ,  
 $c_p = 1010$  - ciepło właściwe powietrza,  $[\text{J}/(\text{kg m}^3)]$ ,  
 $nV$  - objętość powietrza wymieniana w ciągu doby przez wentylację i wietrzenie,  $[\text{m}^3]$ ,  
 $n = 2$  - krotność wymiany powietrza w ciągu doby, [-],  
 $V$  - objętość lokalu mieszkalnego,  $[\text{m}^3]$ .

Tabela 1. Średnie miesięczne temperatury w okresie grzewczym.

Dane dla III strefy klimatycznej	Miesiące							
	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV
Średnia miesięczna temperatura zewnętrzna	13,3	7,8	2,5	-1,3	-2,9	-2,0	1,8	7,6

Bazując na danych otrzymanych z obliczeń należy ustalić dla danego lokalu mieszkalnego lub budynku, stosownie do rodzaju zastosowanego ogrzewania, globalne roczne zużycie nośnika energii cieplnej  $Q_0$  oraz zużycie gazu  $Q_r$  i energii elektrycznej  $Q_e$ . Następnie szacujemy ilość pokonywanych przez mieszkańców mieszkania rocznie kilometrów przy wykorzystaniu różnych środków transportu oraz masy paliwa  $m_p$ . Znajomość zużytej energii przez mieszkańców na cele grzewcze oraz komunikacyjne pozwala ocenić globalną masę emitowanego  $\text{CO}_2$  do atmosfery przez rodzinę zajmującą mieszkanie.

W tym celu należy najpierw obliczyć potrzebną masę nośników energii, dzieląc ilość energii  $Q$  przez wartość opałową  $c$  konkretnego paliwa.

$$m_a = \frac{Q_a}{c_a}, \quad m_v = \frac{Q_v}{c_v}, \quad m_e = \frac{Q_e}{c_e}. \quad (10.3)$$

Roczną całkowitą emisję  $\text{CO}_2$  –  $R_{\text{CO}_2}$  oszacujemy, przyjmując stałe wartości  $r$  – ilości  $\text{CO}_2$  przy spalaniu jednostki masy paliwa, czyli:

$$R_{\text{CO}_2} = r_0 m_0 + r_v m_v + r_e m_e + r_p m_p = \frac{r_0}{c_0} Q_0 + \frac{r_v}{c_v} Q_v + \frac{r_e}{c_e} Q_e + r_p m_p. \quad (10.4)$$

Na poszczególnego mieszkańca w ciągu roku przypada średnia emisja  $\text{CO}_2$ :



$$G_{CO_2} = \frac{R_{CO_2}}{m_r} \leq G_{gCO_2}, \quad (10.5)$$

gdzie  $m$  – to liczba mieszkańców w mieszkaniu, a  $G_{gCO_2}$  – graniczna wartość emisji  $CO_2$ .

Ocena emisji  $CO_2$  oraz uciążliwości dla środowiska kształtuje się w przedziałach:

$G_{CO_2} < 2000$ kg/rok na osobę	– stan doskonały
$2000 < G_{CO_2} < 3000$ kg/rok na osobę	– szanujesz środowisko
$3000 < G_{CO_2} < 6000$ kg/rok na osobę	– możesz jeszcze być tolerowany
$6000 < G_{CO_2} < 10000$ kg/rok na osobę	– stanowisz zagrożenie dla środowiska
$G_{CO_2} > 10000$ kg/rok na osobę	– stan alarmu ekologicznego

Tok postępowania przy wyznaczaniu emisji  $CO_2$  jest następujący:

- 1 Wykonanie rzutu poziomego mieszkania w skali 1:50 wraz ze szczegółami przedstawiającymi układ warstw w przegrodach w skali 1:10.
- 2 Obliczenie powierzchni poszczególnych przegród  $A^\alpha$ , przez które zachodzi wymiana ciepła. Przy czym wymiary liniowe przegród należy ustalać w osiach przegród do nich prostopadłych.
- 3 Wyznaczanie kubatury  $V$  lokalu mieszkalnego.
- 4 Określanie całkowitych oporów cieplnych  $R_T^\alpha$  oraz współczynników przenikania ciepła  $U^\alpha$  poszczególnych przegród.
- 5 Szacowanie strat ciepła przez przegrody  $\sum_{\alpha} Q_i^\alpha$  oraz przez wentylację  $Q_i^0$  w poszczególnych miesiącach okresu grzewczego.
- 6 Wyznaczanie całkowitych strat ciepła  $Q_0$  w całym okresie grzewczym.
- 7 Obliczenie rocznego zużycia nośnika energii potrzebnego do wyprodukowania ilości ciepła  $Q_0$  stosownie do rodzaju ogrzewania zastosowanego w danym lokalu mieszkaniowym.
- 8 Ustalenie rocznego zużycia nośnika energii z punktu 7 oraz energii elektrycznej  $Q_e$  i gazu  $Q_r$ .
- 9 Zsumowanie rocznie pokonywanych przez siebie odległości przy wykorzystaniu różnych środków transportu.
- 10 Szacowanie rocznej emisji  $CO_2$  do atmosfery przypadającą na jednego użytkownika lokalu  $G_{CO_2}$  związaną z zaspakajaniem różnych potrzeb bytowych i transportowych.
- 11 Obliczenie, wynikającą z zaspakajaniem swoich potrzeb bytowych, całkowitą roczną emisję  $CO_2$  do atmosfery  $G_{CO_2}$  i określić swoje oddziaływanie na środowisko naturalne.

Wytyczne przy projektowaniu przegród budowlanych

Dobrze zaprojektowana ściana powinna mieć jak największy opór cieplny. Natomiast opór całej przegrody  $R_z$  rośnie, kiedy współczynniki przejmowania, podobnie jak współczynniki przewodności cieplnej  $\lambda$  poszczególnych warstw są małe, zaś grubości  $h$  duże. Zadaniem inżyniera jest taka konstrukcja ściany, aby zastępczy opór był możliwie jak największy, co minimalizuje straty ciepła w okresie grzewczym. W szczególności należy zwrócić uwagę na to, że:

- materiał izolacyjny, czyli materiał o niskim współczynniku przewodności cieplnej  $\lambda$  należy dać blisko *zewewnętrznej powierzchni*, wtedy w ścianie nie będzie dochodziło do kondensacji oraz przemian wilgoci w kryształy lodu, które zwiększając objętość o 9% wywołują naprężenia rozciągające powodujące zniszczenie materiału,
- elementy konstrukcyjne czyli cegła, beton mają na ogół wysoki współczynnik przewodności cieplnej (łatwo przewodzą), dlatego należy je umieścić od strony wewnętrznej przegrody,
- temperatura zewnętrzna przegrody  $T_z$  jest funkcją czasu typową dla określonego regionu i miesiąca.

Przykład II.1

Należy wyznaczyć strumień ciepła przepływającego przez okno o podwójnej szybie o grubości 2mm i powierzchni  $F=1\text{m}^2$  w okresie grzewczym, kiedy temperatura wewnętrzna wynosi  $T_w=295\text{K}$ , a zewnętrzna  $T_z=260\text{K}$ .

Dane cieplne: przewodność cieplna szyby  $\lambda_p=0,74\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , powietrza (nieruchomego) między szybami  $\lambda_p=0,0232\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . Współczynnik przyjmowania ciepła od wnętrza do szyby wynosi  $\alpha_w=6\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ , zaś od szyby zewnętrznej do otoczenia  $\alpha_z=30\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ .

Z uwagi na brak jednej szyby – po stłuczeniu wykonamy obliczenia dla kompletnego okna i ze stłuczoną szybą.

Kompletne okno

Strumień ciepła  $q$  dla przepływu stacjonarnego wyliczymy z zależności

$$q = (T_w - T_z) \left( \frac{1}{\alpha_w} + \frac{h_s}{\lambda_s} + \frac{h_p}{\lambda_p} + \frac{h_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_z} \right)^{-1} F =$$

$$(295 - 260) \left( \frac{1}{6} + \frac{0,02}{0,74} + \frac{0,036}{0,0232} + \frac{0,02}{0,74} + \frac{1}{30} \right)^{-1} 1 \cong 20\text{W} (19,93).$$

Okno po stłuczeniu jednej szyby – strumień ciepła

$$\bar{q} = (T_w - T_z) \left( \frac{1}{\alpha_w} + \frac{h_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_z} \right)^{-1} F = (295 - 260) \left( \frac{1}{6} + \frac{0,02}{0,74} + \frac{1}{30} \right)^{-1} \approx 172,6W$$

Z równania strumienia ciepła traconego przez okno o powierzchni  $1m^2$  przy podwójnej i pojedynczej szybie wynika, że stłuczenie szyby powoduje 8,5-krotny wzrost strat ciepła.

Natomiast niepotrzebne straty ciepła będą proporcjonalne do powierzchni okien, w których brakuje szyby. Oczywiście wynik ten należy przemnożyć przez czas braku drugiej szyby.

### Przykład II.2

W rurce o średnicy wewnętrznej  $d=12mm$  i zewnętrznej  $D=18mm$  i długości  $l=10m$  przepływa ciecz o temperaturze  $T_z=50^{\circ}C$ . Współczynnik przewodności cieplnej materiału  $\lambda = 0,7W / m \cdot k$ . Temperaturę otoczenia przyjmując  $T_w=20^{\circ}C$ .

Obliczyć ilość ciepła traconego z powierzchni rurki do otoczenia.

Rozwiązanie:

$$Q = q F = 2\pi l \lambda \frac{T_z - T_w}{\ln d_z - \ln d_w} = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 0,7 \frac{50 - 20}{\ln \frac{0,018}{0,012}} = 3255 J / sec.$$

### Przykład II.3

Przypowierzchniowe warstwy materiału posiadają odmienne własności od głębiej położonych warstw. W rzeczywistości przewodnictwo cieplne jest odmienne w kierunku normalnym do powierzchni w stosunku do kierunków stycznych do niej. Podobnie jest z dyfuzją.

Należy wyprowadzić równanie przewodnictwa ciepła w warstwach przypowierzchniowych.

Odpowiedź:

Przyjmując, że oś  $x_3$  pokrywa się z normalną do powierzchni, a osie  $x_1$  i  $x_2$  są styczne do niej, możemy zapisać równanie Fouriera w postaci:

$$q_i = -\lambda_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j}, \text{ gdzie } \lambda_{ij} = \lambda_0, \lambda_{ij} = \lambda_0 (\delta_{i1} \delta_{j1} + \delta_{i2} \delta_{j2}) + \lambda_3 \delta_{i3} \delta_{j3},$$

stąd równanie przewodnictwa przyjmie formę:

$$q_i = -[\lambda_0 (\delta_{i1} \delta_{j1} + \delta_{i2} \delta_{j2}) + \lambda_3 (\delta_{i3} \delta_{j3})] \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\lambda_0 (\delta_{i1} \frac{\partial T}{\partial x_1} + \delta_{i2} \frac{\partial T}{\partial x_2}) - \lambda_3 \delta_{i3} \frac{\partial T}{\partial x_3}.$$

Pozostawiając ten wynik do bilansu energii uzyskamy:

$$\rho C_v T = \rho r - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \text{ stąd } \rho C_v \dot{T} = \rho r + \lambda_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \right) + \lambda_3 \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2}.$$

Z uwagi na fakt, iż najczęściej

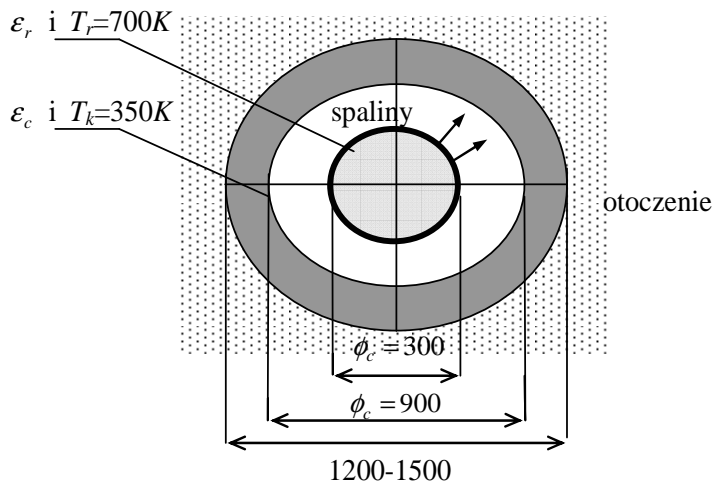
$$\frac{\partial T}{\partial x_1} \ll \frac{\partial T}{\partial x_3} \quad \text{ i } \quad \frac{\partial T}{\partial x_2} \ll \frac{\partial T}{\partial x_3},$$

pomija się człony związane z kierunkami  $x_1$  i  $x_2$ , wówczas zachodzi:

$$\rho C_r \dot{T} = \rho r - \lambda_3 \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2}.$$

#### Przykład II.4

Cylindryczny komin o  $\phi_r = 300\text{mm}$  wykonany jest z blachy o emisyjności powierzchniowej  $\varepsilon_r = 0,64$ , jest obudowany cegłą o emisyjności  $\varepsilon_c = 0,92$ . Obudowa ma średnicę wewnętrzną  $\phi_c = 900\text{mm}$ . Między powierzchnią stalową a obudową z cegły dochodzi do wymiany ciepła przez promieniowanie. Należy wyznaczyć strumień ciepła  $q$  przekazywany od wewnętrznego komina do obudowy.



#### Rozwiązanie

W pierwszej kolejności wyznaczmy efektywną emisyjność między obu współśrodkowymi powierzchniami.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ef} &= \left( \frac{1}{\varepsilon_r} + \frac{F_r}{F_c} \left( \frac{1}{\varepsilon_c} - 1 \right) \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\varepsilon_r} + \frac{\pi \phi_r 1}{\pi \phi_c 1} \left( \frac{1}{\varepsilon_c} - 1 \right) \right)^{-1} = \\ &= \left( \frac{1}{0,64} + \frac{0,3}{0,9} \left( \frac{1}{0,92} - 1 \right) \right)^{-1} = 0,63.\end{aligned}$$

Strumień ciepła przypadający na jednostkę wysokości komina wynosi

$$\begin{aligned}q &= \varepsilon_{ef} \sigma (T_r^4 - T_k^4) F_r = \varepsilon_{ef} \sigma (T_r^4 - T_k^4) \pi \phi_r \cdot 1 = \\ &= 0,63 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (700^4 - 350^4) 3,14 \cdot 0,3 \cdot 1 = 7,57 \text{ kW}.\end{aligned}$$

Z uwagi na linową zależność strumienia od wysokości komina całkowity strumień ciepła między płaszczem a obudową komina wynosi  $Q = q \cdot h$ .

Oczywiście w bardziej dokładnych obliczeniach należy uwzględnić zmiany temperatury spalin z wysokością komina.

Kolejny etap obliczeń polega na określeniu rozkładu temperatur w obudowie komina i w jego otoczeniu celem określenia potencjalnego zagrożenia ogniowego.